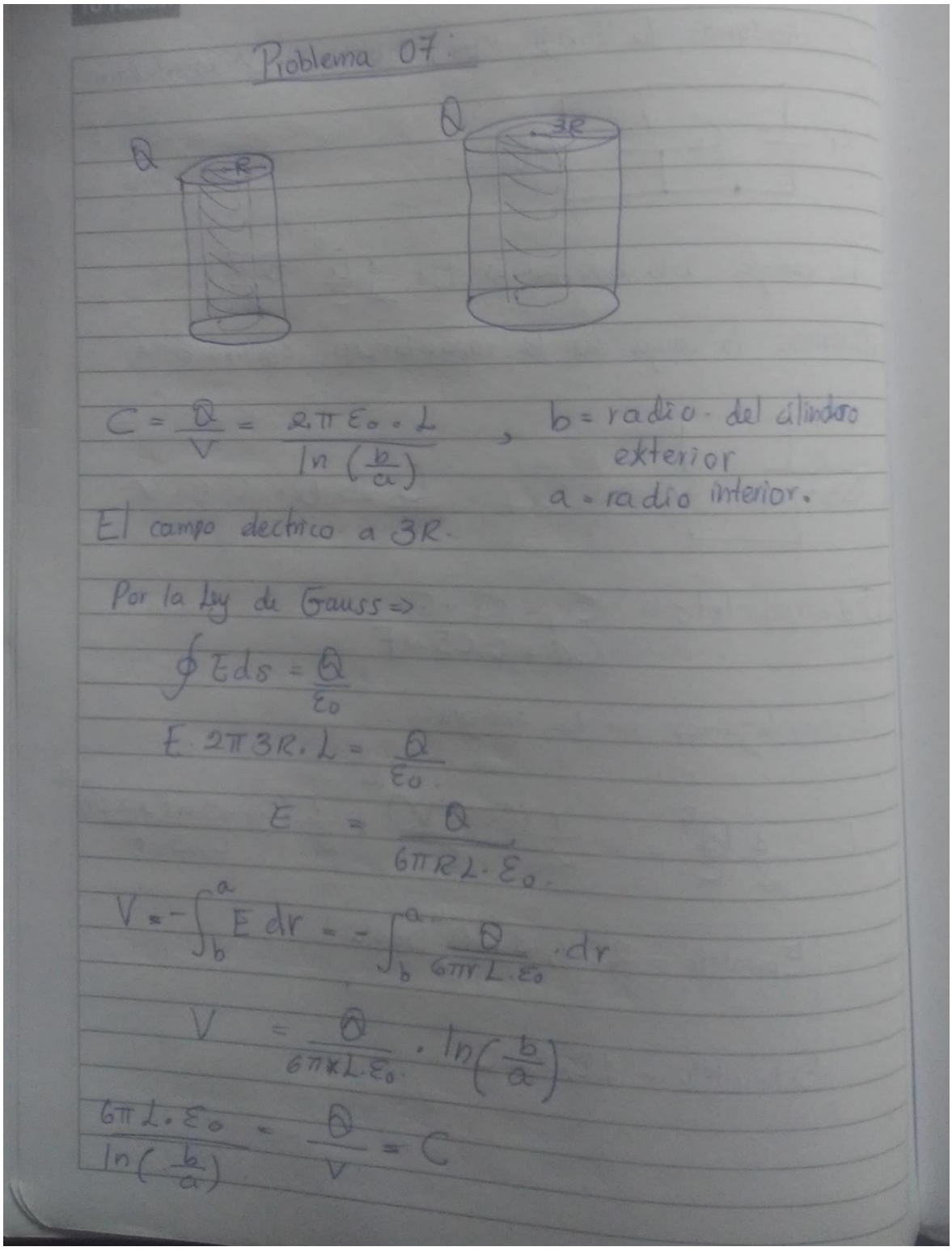
PROBLEMA 07

a) Suponga que el radio externo de un capacitor cilíndrico se triplica, pero la carga se mantiene constante. ¿En qué factor cambiará la energía almacenada? ¿De dónde viene la energía?
b) Repita el inciso a) suponiendo que el voltaje permanece constante.


Problema 07:
Q
R
Q
3R
$C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi\varepsilon_0 \cdot L}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$
b = radio del cilindro exterior
a = radio interior.
El campo electrico a 3R.
Por la ley de Gauss =>
$\oint E\,ds = \frac{Q}{\varepsilon_0}$
$E\,2\pi 3R \cdot L = \frac{Q}{\varepsilon_0}$
$E = \frac{Q}{6\pi R L \cdot \varepsilon_0}$
$V = -\int_b^a E\,dr = -\int_b^a \frac{Q}{6\pi r L \cdot \varepsilon_0}\,dr$
$V = \frac{Q}{6\pi L \cdot \varepsilon_0} \cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right)$
$\frac{6\pi L \cdot \varepsilon_0}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} = \frac{Q}{V} = C$

La capacitancia si Radio final = 3Rinicial.

$C = \frac{6\cdot\pi\cdot L\cdot \varepsilon_0}{\ln(\frac{b}{a})}$, L = longitud de la altura del cilindro.

→ Calculamos la energía inicial a Radio del cilindro y 3Radio del cilindro.

. Cuando: $r_i = R$

$$E_i = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{Q^2}{2\cdot\frac{2\pi\varepsilon_0\cdot L}{\ln(\frac{b}{a})}} = \frac{Q^2\cdot\ln(\frac{b}{a})}{4\pi\varepsilon_0\cdot L}$$

Cuando: $r_F = 3R$

$$E_F = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{Q^2}{2\cdot\frac{6\cdot\pi\cdot L\cdot\varepsilon_0}{\ln(\frac{b}{a})}} = \frac{Q^2\cdot\ln(\frac{b}{a})}{12\cdot\pi\cdot L\cdot\varepsilon_0}$$

• a).- Cambio a la tercera parte de la energía inicial.
b).- La energía viene a la expresión

$E = W = q(\Delta V)$, se presenta por la carga presente y el potencial electrio disminuye en una distancia dejana. a 0, y la diferencia de potencial ΔV crece.

Si voltaje inicial es constante o igual al final. $\Delta V = 0$;

Capacitancia inicial = $\frac{Q}{\Delta V_i}$.

Capacitancia final = $\frac{Q}{\Delta V_F}$.

Entonces: $\Delta V_i = \Delta V_F$.

Se tiene

$$C_i \Delta_i = C_F \cdot \Delta V_F.$$

Quiere decir que las capacitancias serian iguales.

Si $C_i = C_F$.

$$\varepsilon_0 \frac{A_1}{d_2} = \varepsilon_0 \frac{A_2}{d_2}$$

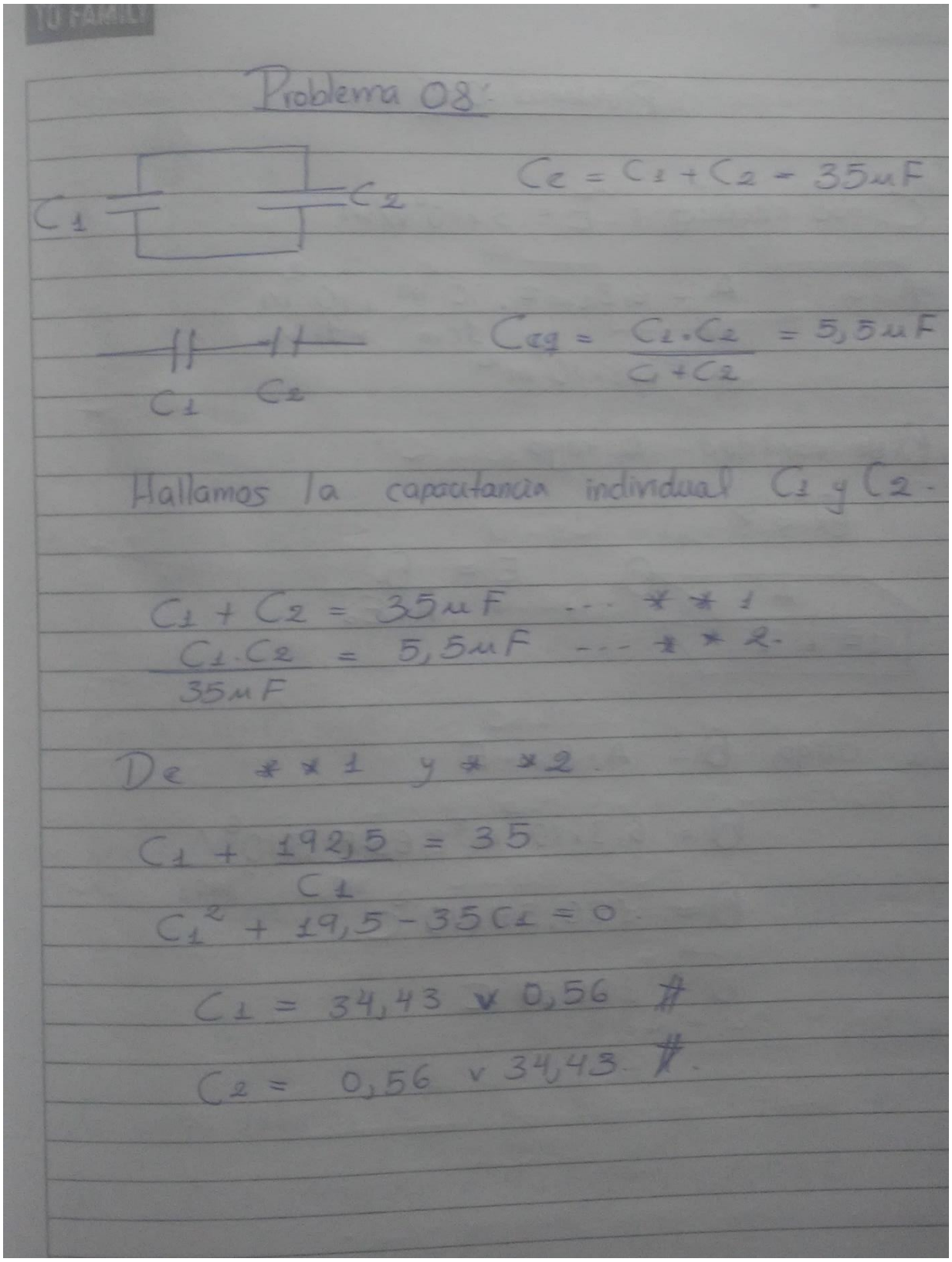
$$\frac{A_1}{d_1} = \frac{A_2}{d_2}.$$

Se concluiria que se cumpliria la relacion.

$\frac{A_1}{d_1} = \frac{A_2}{d_2}$; Si se aumenta el radio $d_2 = a\ 3R$, Area tendria que disminuir a la $1/3$ parte para mantener la proporcionalidad.

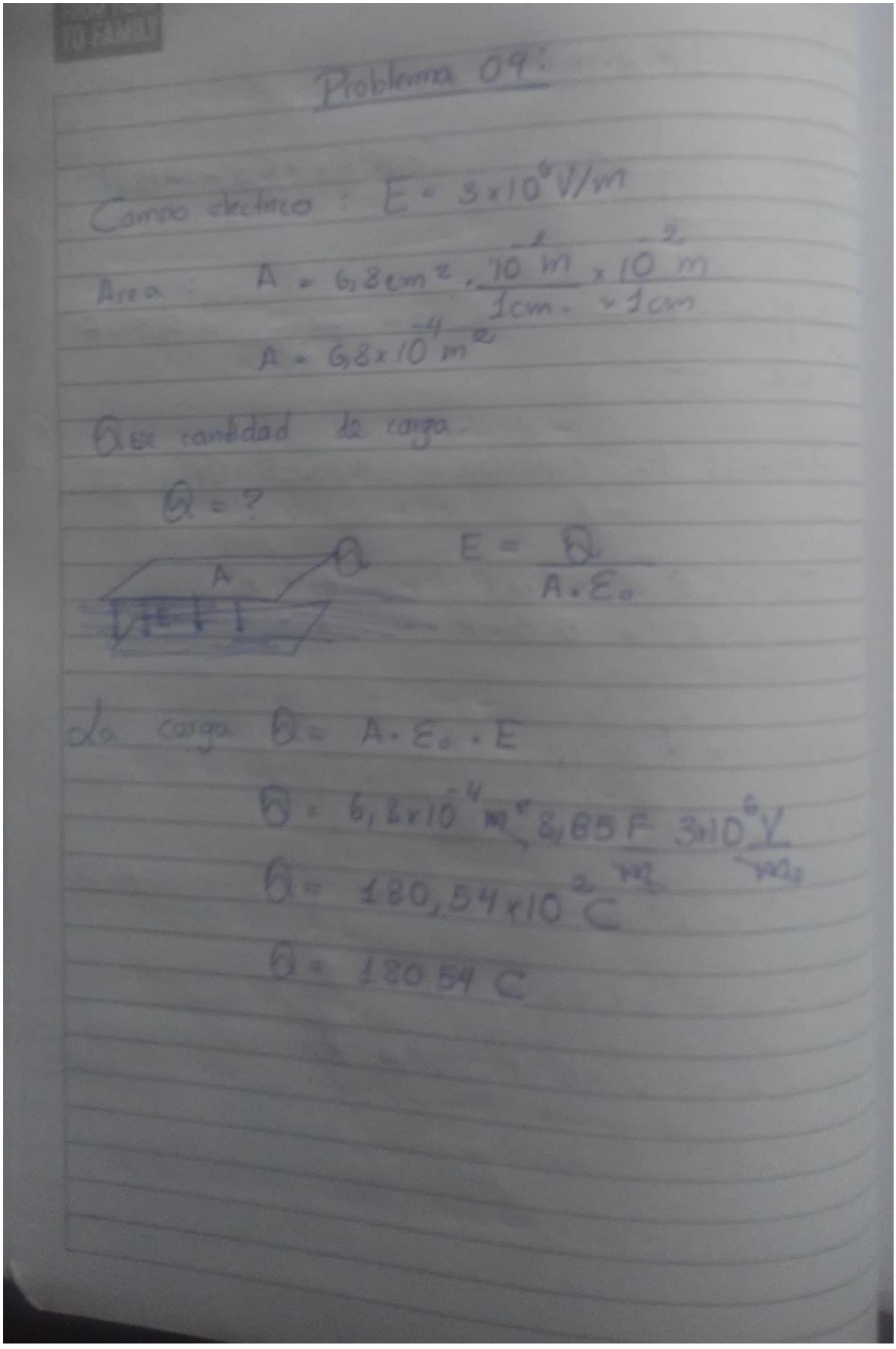
PROBLEMA 08

Dos capacitores conectados en paralelo producen una capacitancia equivalente de 35.0 µF, pero, cuando se conectan en serie, la capacitancia equivalente es sólo de 5.5 µf. ¿Cuál es la capacitancia individual de cada capacitor?


Problema 08:
C_1
C_2
$C_e = C_1 + C_2 = 35\mu F$
C_1 C_2
$C_{eq} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = 5,5\mu F$
Hallamos la capacitancia individual C_1 y C_2.
$C_1 + C_2 = 35\mu F$ ... **1
$\frac{C_1 \cdot C_2}{35\mu F} = 5,5\mu F$ ... **2.
De **1 y **2.
$C_1 + \frac{192,5}{C_1} = 35$
$C_1^2 + 19,5 - 35C_1 = 0$
$C_1 = 34,43$ v $0,56$ #
$C_2 = 0,56$ v $34,43$ #.

PROBLEMA 09

El aire seco sufre un rompimiento eléctrico cuando el campo eléctrico excede un valor aproximado de $3{,}0 \times 10^6$ V/m. ¿Qué cantidad de carga debe localizarse en el capacitor si el área de cada placa es de 6?8 cm^2?


Problema 09:
Campo electrico : E = 3x10^6 V/m
Area : A = 6,8cm^2 . 10^-2 m / 1cm . 10^-2 m / 1cm
A = 6,8x10^-4 m^2
La cantidad de carga
Q = ?
A
E = Q / A.ε0
La carga Q = A.ε0.E
Q = 6,8x10^-4 m^2 . 8,85 F/m . 3x10^6 V/m
Q = 180,54x10^-2 C
Q = 1805 C

PROBLEMA 10

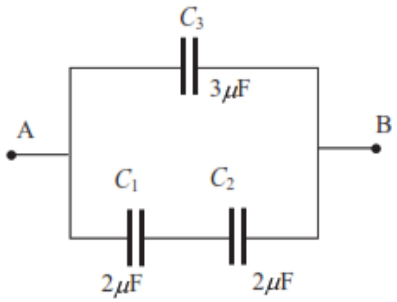
En la asociación de condensadores de la figura se aplica una diferencia de potencial de 50 V entre A y B. Hállese:

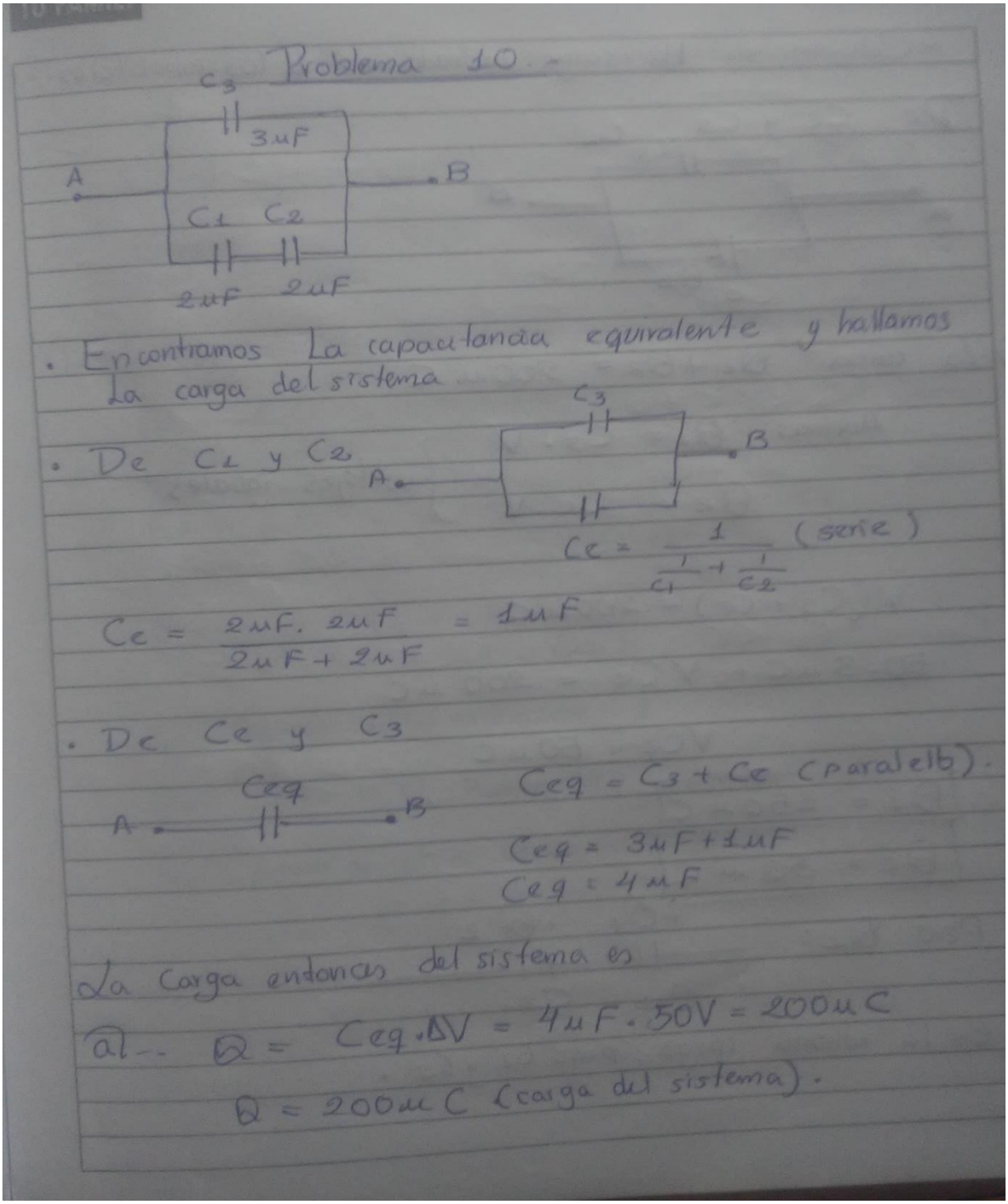
a) La carga en cada uno de los condensadores.

b) La carga en el condensador equivalente a la asociación de todos ellos.

c) Energía almacenada en cada uno de los condensadores.

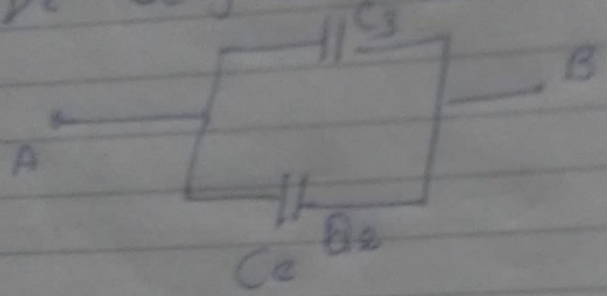
d) Energía almacenada en el condensador equivalente.





• Calcularemos la carga en cada uno de los capacitores

De C_e y C_3 Q_1



b) La carga $Q_1 + Q_2 = 200\,\mu C$

Además $Q_1 = C_3 \cdot V$

$Q_2 = C_e \cdot V$ } voltajes iguales

$V(C_3 + C_e) = 200\,\mu C$

$50.3\,\mu C + VC_e = 200\,\mu C$

$VC_e = 150\,\mu C$

$\therefore$ $Q_1 = 150\,\mu C$

$Q_2 = 50\,\mu C$

Para Q_2: $+Q_1$ $+Q_2$

C_1 C_2

Es la misma carga para C_1 y C_2.

d).- La energía almacenada en el condensador equivalente

$$E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{(200\mu C)^2}{4\mu F} = 5000\mu J.$$

$E_{eq} = 5 \times 10^{-3}$ Joule energía del sistema.

c).- Energía en cada uno de los condensadores.

$$E_1 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_1} = \frac{1}{2}\cdot\frac{(50\mu C)^2}{2\mu f} = 625\mu J.$$

$$E_2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_2} = 625\mu J, \quad C_1 = C_2 \rightarrow E_1 = E_2, \quad Q_1 = Q_2$$

$$E_3 = \frac{1}{2}\frac{Q_2^2}{C_3} = \frac{1}{2}\frac{(150\mu C)^2}{3\mu F} = 3750\mu Joul.$$

E_1 = Energía en el condensador 1.

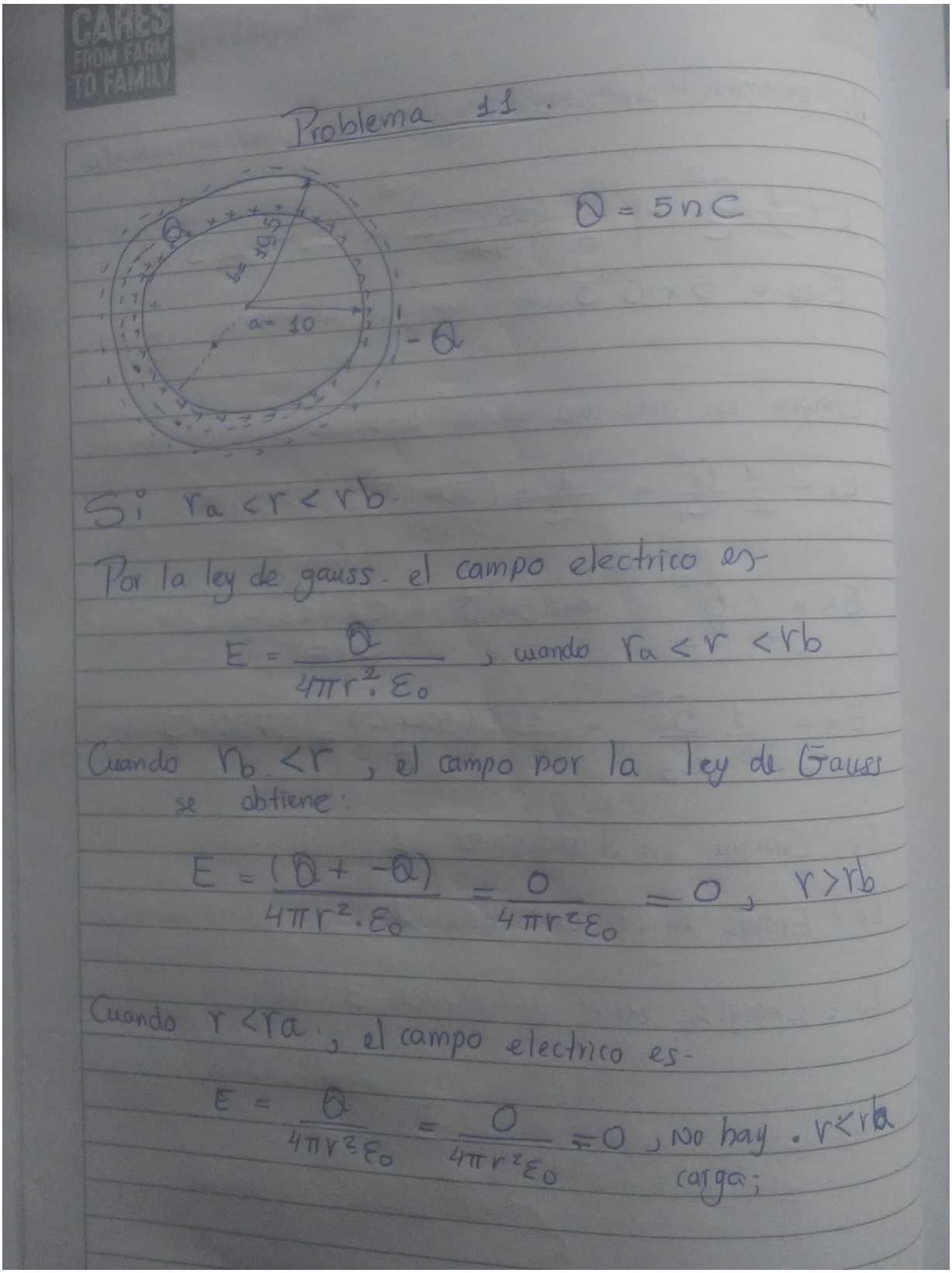
E_2 = Energía en el condensador 2.

E_3 = Energía en el condensador 3.

PROBLEMA 11

Dos esferas concéntricas tienes radios a = 10 cm y b = 10,5 cm, respectivamente. La interior se carga con Q=5 nC distribuida uniformemente por su superficie, y la exterior con carga -Q en su superficie.

Calcular la energía almacenada debida al campo eléctrico dentro de las esferas.



- El unico campo electrico

$$E = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0}, \quad ra < r < rb$$

Calculamos el potencial electrico: dentro, entre las esferas:

$$\Delta V = -\int_b^a E\,dr$$

$$Vab = -\int_b^a \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0}\,dr$$

$$Vab = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot (r^{-1})\Big|_b^a$$

$$Vab = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

La diferencia de potencial de a hasta b es

$$\Delta Vab = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

$$\frac{4\pi\varepsilon_0}{\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)} = \frac{Q}{\Delta V} = C \text{ (capacitancia)}$$

La energía almacenada debida al campo

$$E = \frac{1}{2} Q \Delta V = \frac{1}{2} Q \cdot \left(\frac{Q}{C} \right)$$

$$E = \frac{Q^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{C} \right)$$

$$E = \frac{Q^2}{2} \left(\frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)} \right)$$

$$E = \frac{Q^2}{8\pi \cdot \varepsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$ Energía debido al campo

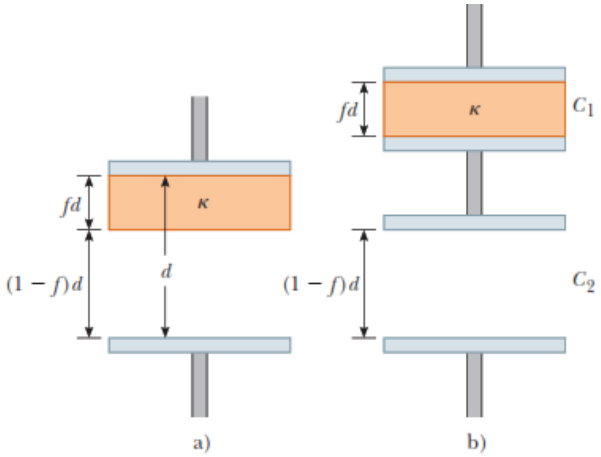
$$E = \frac{(5 \times 10^{-9} C)^2}{8(3,14) \cdot 8,87 \times 10^{-12}} \left(\frac{1}{0,1} - \frac{1}{0,105} \right)$$

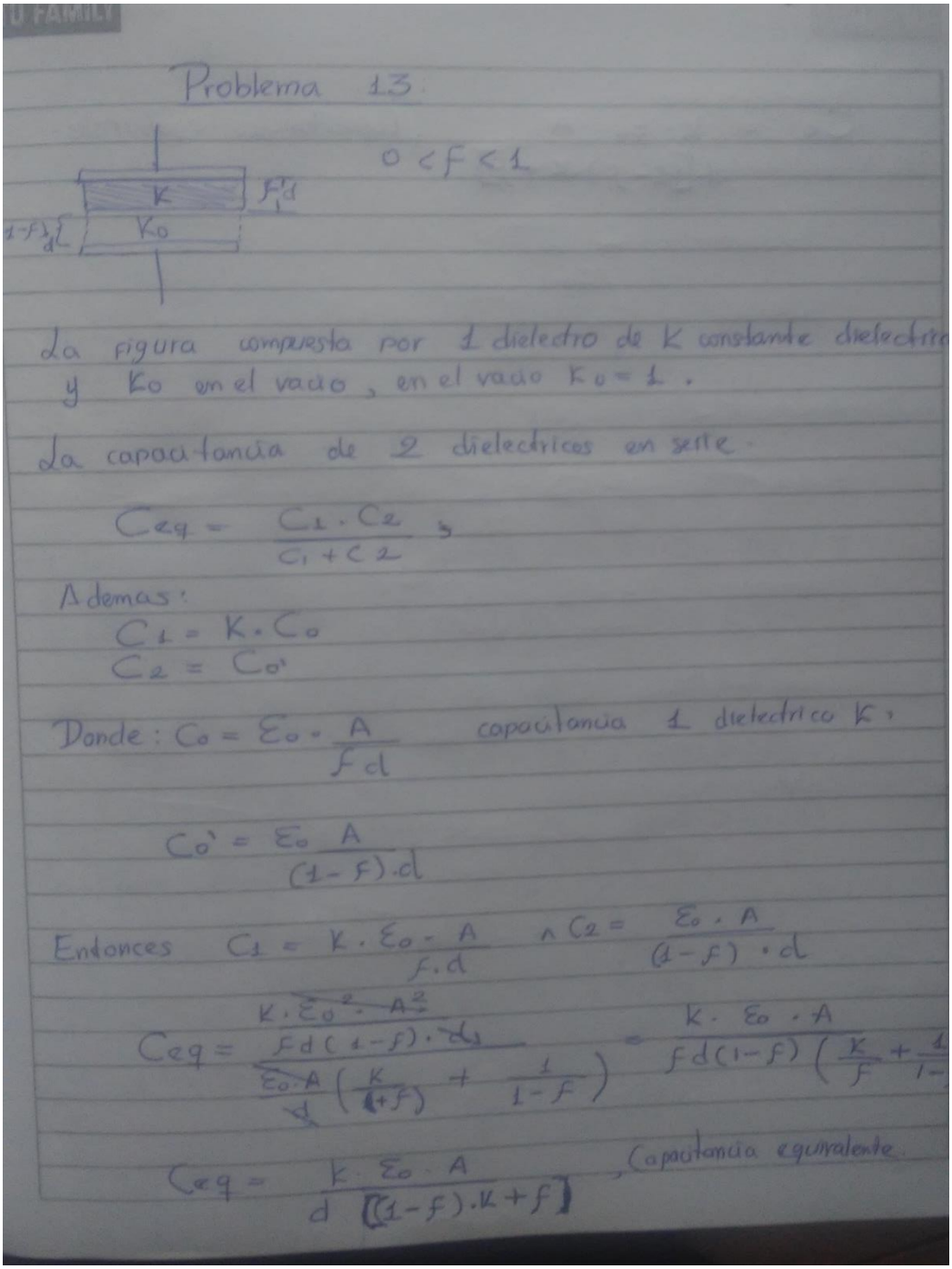
$$E = 0,0535 \times 10^{-6} \text{ Joule}$$

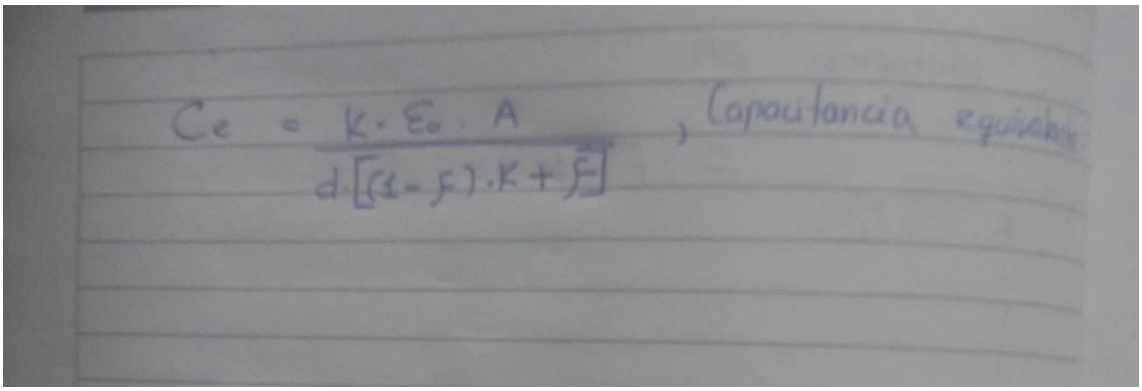
PROBLEMA 13

Un capacitor de placas paralelas, con una separación de placa d, tiene una capacitancia C_0 en ausencia de un dieléctrico.

¿Cuál es la capacitancia cuando entre las placas se inserta una lámina de material dieléctrico con constante dieléctrica k y grosor fd (ver figura), donde f es una fracción entre 0 y 1?




Problema 13
0 < f < 1
K
Ko
La figura compuesta por 1 dielectro de K constante dielectri
y Ko en el vacio, en el vacio Ko = 1.
La capacitancia de 2 dielectricos en serie
Ceq = C1 · C2 / C1 + C2
Ademas:
C1 = K · Co
C2 = Co'
Donde: Co = εo · A / fd capacitancia 1 dielectrico K.
Co' = εo A / (1 − f) · d
Entonces C1 = K · εo · A / f · d ∧ C2 = εo · A / (1 − f) · d
Ceq = K · εo · A / fd(1 − f) · d / εo · A / d (K / f + 1 / 1 − f)
Ceq = K · εo · A / d [(1 − f) · K + f] capacitancia equivalente.

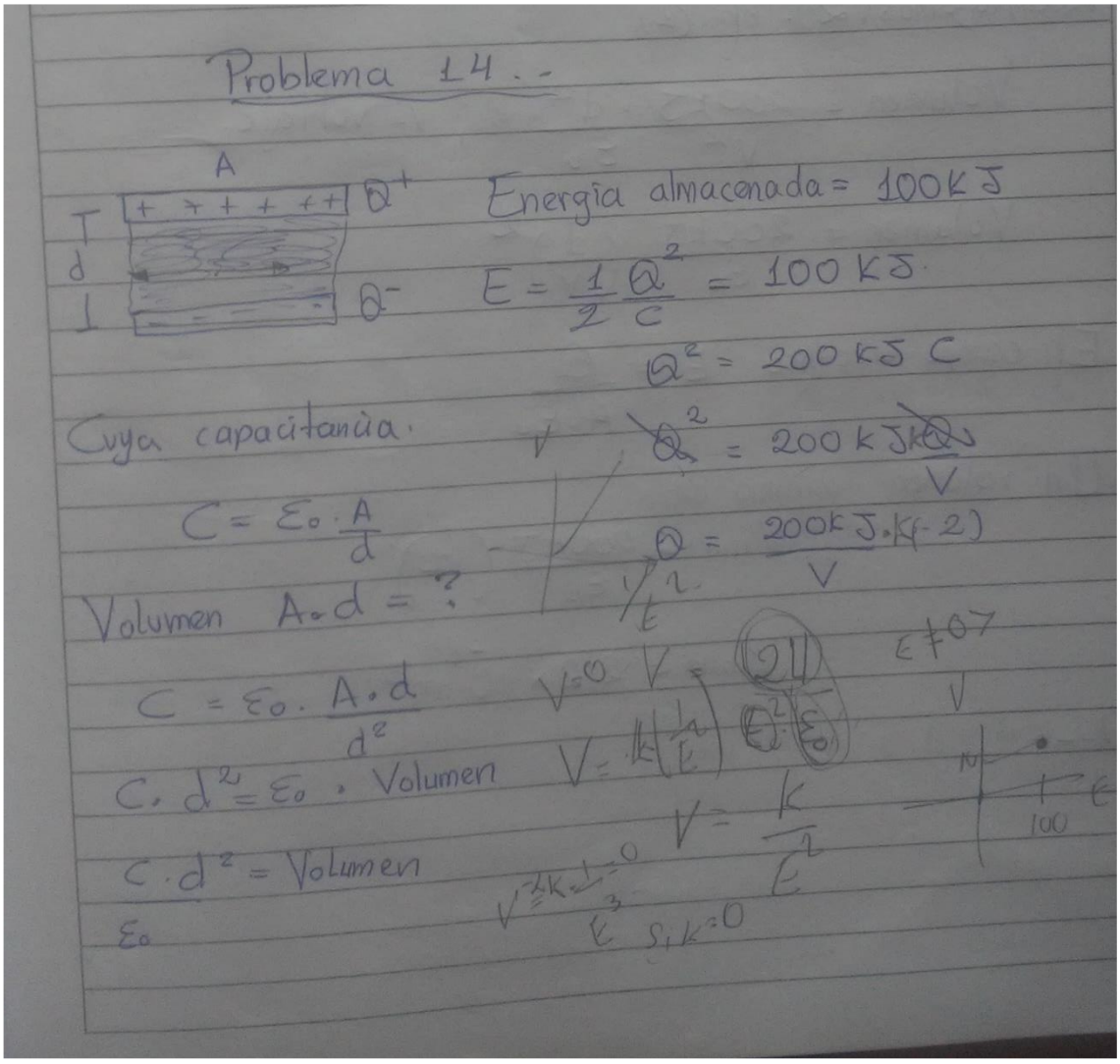


PROBLEMA 14

Queremos construir un condensador de placas paralelas separadas por aire capaz de almacenar 100 kJ de energía.

a) ¿Qué volumen mínimo se requiere entre las placas del condensador?

b) Si disponemos de un dieléctrico que puede resistir $3x10^8$ V/m y su constante dieléctrica sea 5, ¿Qué volumen de este dieléctrico situado entre las placas del condensador se necesita para almacenar 100 kJ de energía**?**



La energía es igual $U_E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$

- $E = \frac{Q}{\varepsilon_0 \cdot A}$, campo eléctrico, la capacidad $= \varepsilon_0 \frac{A}{d}$

Tenemos $E = \frac{Q}{C \cdot d}$

Reemplazamos E en la energía

$$U_E = \frac{E^2 \cdot C^2 \cdot d^2}{2 \cdot C} = \frac{E^2 \cdot C d^2}{2}$$

$$U_E = \frac{E^2 \cdot \varepsilon_0 \cdot A \cdot d^2}{2 \cdot d}$$

$$U_E = \frac{E^2 \cdot \varepsilon_0 (\text{Volumen})}{2} \Rightarrow \text{Volumen} = A \cdot d$$

- La energía es igual $= \frac{1}{2} E^2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \text{Volumen}$.

Si la energía es igual a 100KJ

$100KJ = \frac{1}{2} E^2 \varepsilon_0 \cdot$ Volumen mínimo, si $E = 1$

$\frac{200KJ}{\varepsilon_0} =$ Volumen